



Wetten van Kepler

Baanbepaling van manen van Jupiter of Saturnus



Wetten van Kepler

- Bepalen van de omlooptijd/omloopsnelheid van maantjes
- Bepalen van grootte van de omloopbaan
- Bepalen van de massa van manen en planeet



Nodige materiaal :

- Telescoop
- Montering
- Camera of webcam
- PC voor opnemen beelden en beeldverwerking



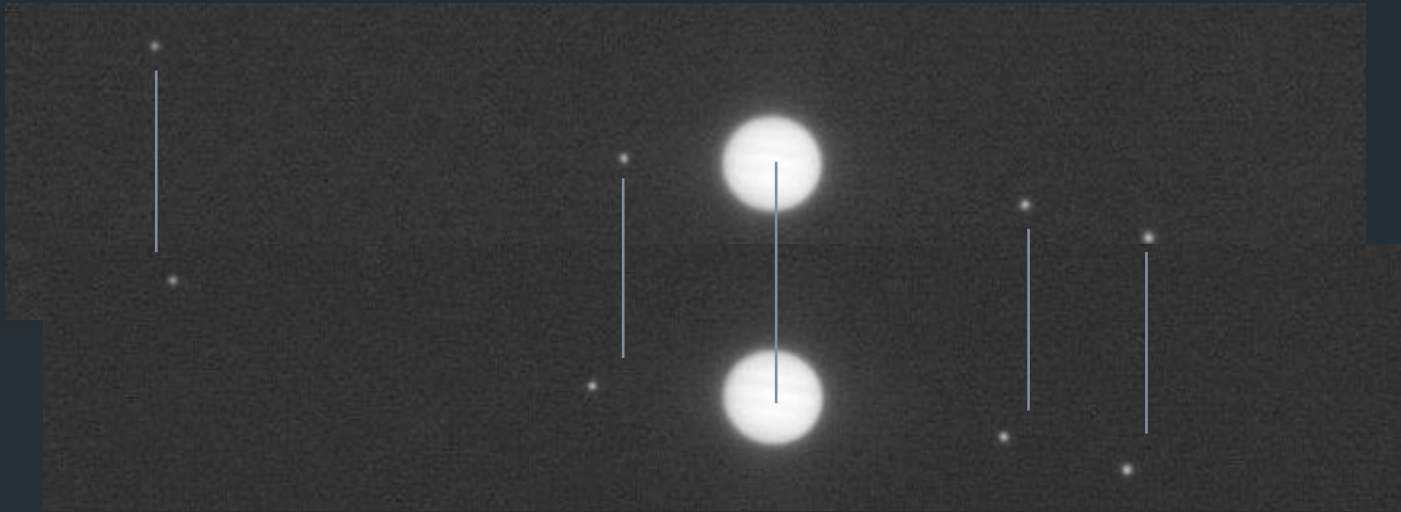
Benodigde waarneem-tijd

- Ongeveer één uur een aantal nachten (liefst) na elkaar.
 - De buitenste maantjes hebben een omlooptijd van een aantal dagen.
- Eén nacht meerdere uren (3 tot 4 uur).
 - De binnenste maantjes hebben een omlooptijd van een aantal uur.
- Praktisch:
 - Planeet en maantjes in beeld brengen
 - Scherp stellen
 - Op regelmatige tijdstippen foto's maken

Typische opnames



Verschuiving na $1u$!





Data Reductie

- Herkennen van de maantjes (adhv planetarium programma)
- Meten van de positie van de maantjes t.o.v. het centrum van de planeet.
- Deze posities uitzetten in een grafiek → elips
- Meten van de lange/korte as
- Bepalen van de omloopsnelheid/omlooptijd
- Bepalen van de massa van de maantjes

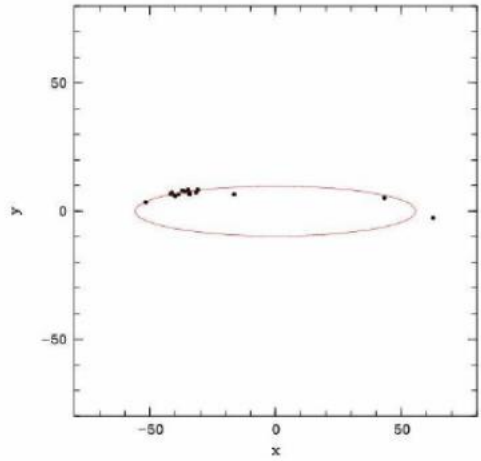
Opmeten van posities

TETHYS

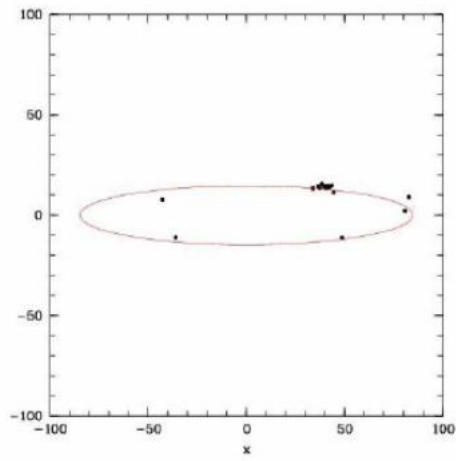
18/02	x= 50,5	y= 12,75	r= 52,08466665
27/02	x= -68,25	y= 0,25	r= 68,25045787
19/03	x= -80	y= -14,75	r= 81,34840195
01/04	x= -97,5	y= 3,75	r= 97,57
	x= -98,2504	y= 0,499995	r= 98,25167223
	x= -102,251	y= 3,75	r= 102,3197415
	x= -102,0003	y= 0,74903	r= 102,0030502
	x= -101,0003	y= 0,00002	r= 101,0003
	x= -103,2501	y= 1,25002	r= 103,2576665
	x= -102,5002	y= 1,25	r= 102,5078217
	x= -103,7502	y= -1,25	r= 103,7502
	x= -103	y= -2,49999	r= 103,0303351
	x= -108	y= -1,99999	r= 108,0185151
	x= -104,99775	y= -1,00001	r= 105,002512
07/04	x= 89	y= 11,5	r= 89,73990194
15/04	x= 62,5	y= -10,24999	r= 63,33492161

Posities in grafiek

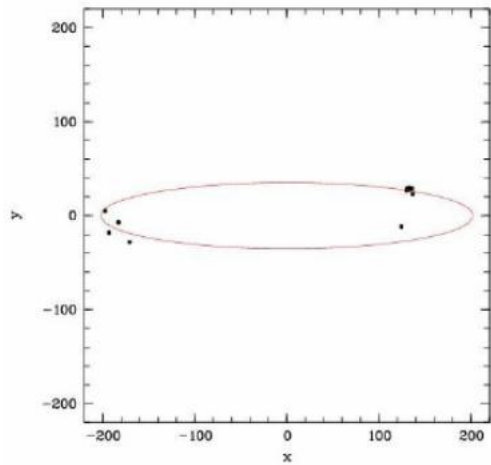
DIONE



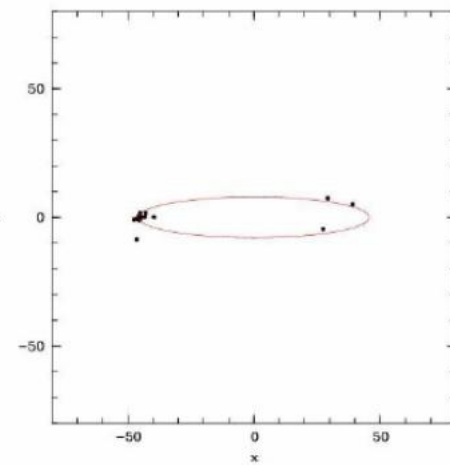
RHEA



TITAN



TETHYS



Bepalen van de assen van de elips

MAAN	A_{\min} (")	X^2 (pixels ²)	A_{gem} (")	σ (")
Dione	55,8	159,647499	56,2804	1,46545459
Rhea	84,7	545,138359	85,2904	2,18733754
Titan	201,9	4493,2142	202,4306	2,97829811
Tethys	45,7	340,391062	45,9714	1,01576844

Bepalen van de omloopsnelheden

DIONE

hoek θ die overeenkomt met de positie van Dione om 01u30: $123,141209^\circ$

hoek θ die overeenkomt met de positie van Dione om 04u00: $135,571738^\circ$

→ Dione legt: $12,430529^\circ$ af in 150 minuten

360° af in 4344,143359 minuten = 3,02 dagen.

RHEA

hoek θ die overeenkomt met de positie van Rhea om 01u30: $55,6092461^\circ$

hoek θ die overeenkomt met de positie van Rhea om 04u00: $66,6679112^\circ$

→ Rhea legt: $11,0586651^\circ$ af in 150 minuten

360° af in 4883,048678 minuten = 3,39 dagen.

Bepalen van de massa's

De massa van Saturnus kan via de 3^e wet van Kepler bepaald worden

$$T^3 / a^3 = 4\pi^2 / G(M+m) \quad (4)$$

DIONE

$$a = 345569964,3 \text{ m}$$

$$T = 260648,6015 \text{ s}$$

$$\sigma = 9075574,876 \text{ m}$$

$$\text{via formule (4): } M_{\text{sat}} = (345569964,3 \text{ m})^3 (2\pi)^2 / G(260648,6015 \text{ s})^2 = 3,593650007 \cdot 10^{26} \text{ kg}$$

$$\text{met fout: } \sigma_{\text{massa}} = (9075574,876 \text{ m})^3 (2\pi)^2 / G(260648,6015 \text{ s})^2 = 6,509539194 \cdot 10^{21} \text{ kg}$$

RHEA

$$a = 524547973,3 \text{ m}$$

$$T = 292982 \text{ s}$$

$$\sigma = 6290664,069 \text{ m}$$

$$\text{via formule (4): } (524547973,3 \text{ m})^3 (2\pi)^2 / G(292982 \text{ s})^2 = 9,947401417 \cdot 10^{26} \text{ kg}$$

$$\text{met fout: } \sigma_{\text{massa}} = (6290664,069 \text{ m})^3 (2\pi)^2 / G(292982 \text{ s})^2 = 1,715719213 \cdot 10^{21} \text{ kg}$$

De werkelijke massa van Saturnus is $5,65 \cdot 10^{26} \text{ kg}$.^[1] Deze ligt niet binnen de foutenmarge op de massa bepaald uit de baan van Dione $3,593650007 \cdot 10^{26} \text{ kg} \pm 6,509539194 \cdot 10^{21} \text{ kg}$, noch binnen



Wetten van Kepler

- Kan met eenvoudige middelen
- Vergt maar een paar avonden waarnemingen.
- Data reductie niet zo moeilijk.
- Nauwkeurigheden van de resultaten sterk afhankelijk van de juiste spreiding van de waarnemingen.